

# 多天线系统的广义谐振研究

李 龙, 梁昌洪, 史 琰

(西安电子科技大学电子工程学院, 陕西西安 710071)

**摘 要:** 本文从电磁场的复玻印廷定理出发, 对由多根天线组成的天线系统的广义谐振行为进行了深入的研究, 揭示开放系统中广义谐振发生的条件和矩阵描述. 在此基础上, 导出天线系统的广义 Foster 定理和表征广义谐振的网络  $Q$  值. 研究实例表明, 广义谐振在近场区可表现出强场尖峰效应, 在远场区可表现出超方向特性.

**关键词:** 多天线系统; 广义谐振; 广义 Foster 定理; 网络  $Q$  值

**中图分类号:** TN751. 2      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2003) 12A-2205-05

## Study of Generalized Resonance in Multi-Antenna System

LI Long, LIANG Chang-hong, SHI Yan

(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** This paper begins with a complete description of the complex Poynting theorem, followed by a rigorous study of the generalized resonance in a multi-antenna system. We discuss the condition generating the generalized resonance, which is the balance of the electromagnetic field energies stored in the antenna open system. The matrix expression of the generalized resonant factor is derived. Based on the energy dependence, we introduce the generalized Foster theorem for an arbitrary antenna system and the network quality factor  $Q$  to further describe the behaviors of the generalized resonance. Some practical examples show that the generalized resonance may take on the phenomena of strong and sharp field in the near field region and super-directivity in the far field region of the antenna system.

**Key words:** multi-antenna system; generalized resonance; generalized Foster theorem; network quality factor  $Q$

### 1 引言

电子设备的密集和电磁环境的日趋复杂, 给复杂环境的电磁兼容性研究提出了严峻的挑战. 尤其是在飞机、舰船和汽车等大型电磁平台上, 其天线和散射体纷繁众多, 在其间往往会出现强烈的电磁振荡现象. 梁昌洪等<sup>[1]</sup>提出开放系统中中局域广义谐振的可能性. 金谋平<sup>[2,3]</sup>以双导体为例, 从传输线谐振腔和谐振模式的角度对广义谐振现象进行了初步分析. 本文从电磁场的复玻印廷定理出发对天线开放系统中的广义谐振行为进行了深入的研究, 导出了储存在天线系统中的电磁能表示, 揭示了开放系统中由于天线体之间强烈的相互作用而导致电磁振荡现象, 当储存在天线系统中的电磁能平衡时发生广义谐振. 我们把多天线系统架构在复杂多端口网络的基础上, 导出了广义谐振条件的矩阵表示. 在此基础上, 进一步导出天线系统的广义 Foster 定理和表征广义谐振的网络  $Q$  值. 研究实例表明, 广义谐振在天线系统的近区可表现出强场尖峰特性, 在远区可表现出超方向性特性.

### 2 电磁场玻印廷定理和开放系统中储存的电磁能

电磁场复玻印廷定理的微分形式可表示为

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{2} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \right) = -\frac{1}{2} \mathbf{J}^* \times \mathbf{E} - j2\omega(w_m - w_e) \quad (1)$$

式中,  $w_m = \frac{1}{4} \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^*$ ,  $w_e = \frac{1}{4} \epsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*$ , 分别表示系统中磁能密度和电能密度. 如图 1 所示, 在封闭球面  $S$  所包围的区域  $V$  中进行体积分,  $V_0$  为源所在区域,  $S_0$  为  $V_0$  的表面, 应用散度定理, 得

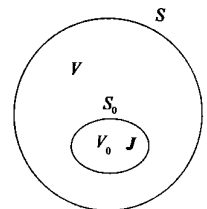


图 1 包含源区  $V_0$  的  $V$  区域

$$\int_S \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} = \int_{V_0} -\frac{1}{2} \mathbf{J}^* \cdot \mathbf{E} dv - j2\omega \int_V (w_m - w_e) dv \quad (2)$$

如果我们将球面  $S$  的半径扩展到无穷远处, 即  $r \rightarrow r_\infty$ ,  $V = V_\infty$ , 因为玻印廷矢量在远区是一个实矢量, 则

$$\text{Im} \int_S \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} = 2\omega \int_{V_\infty - V_0} (w_m - w_e) dv \quad (3)$$

从式(3)可以看到, 玻印廷矢量在  $S$  面上积分的虚部与  $S$  面的选取有关, 它依赖于近区的表面  $S$ , 因为在远区其虚部为零. 我们再取式(2)的实部, 可得辐射功率

$$P_{rad} = \operatorname{Re} \int_S \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} = \operatorname{Re} \int_{V_0} -\frac{1}{2} \mathbf{J}^* \cdot \mathbf{E} d\mathbf{v} \quad (4)$$

从式(4)可以看到,辐射功率,即坡印廷矢量在  $S$  面上积分的实部是一个与  $S$  面的选取无关的量,即  $P_{rad}(S) = P_{rad}(S_0) =$

$$P_{rad}(S_\infty) = \operatorname{Re} \int_{V_0} -\frac{1}{2} \mathbf{J}^* \cdot \mathbf{E} d\mathbf{v}. \text{ 合并式(3)和式(4),可得}$$

$$\begin{aligned} \int_S \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} &= \operatorname{Re} \int_{V_0} -\frac{1}{2} \mathbf{J}^* \cdot \mathbf{E} d\mathbf{v} \\ &+ \operatorname{Im} \int_{V_0} -\frac{1}{2} \mathbf{J}^* \cdot \mathbf{E} d\mathbf{v} \\ &- j2\omega \int_{V_0} (w_m - w_e) d\mathbf{v} \\ &= P_{rad} + j2\omega \int_{V_\infty - V_0} (w_m - w_e) d\mathbf{v} \quad (5) \end{aligned}$$

式(5)即为图1所示环境的电磁场复坡印廷定理的积分形式.

式中,  $w_e$ 、 $w_m$  分别为系统中总的电能密度和磁能密度. 我们假设  $w'_e$ 、 $w'_m$  分别表示系统中电场和磁场储存的能量密度,  $w_e^{rad}$ 、 $w_m^{rad}$  分别表示电场和磁场辐射的能量密度, 根据文献[4,

5]的思想, 即

$$\begin{cases} w_m = w'_m + w_m^{rad} \\ w_e = w'_e + w_e^{rad} \end{cases} \quad (6)$$

从远区辐射场的表达式中, 我们可以看到  $\mathbf{E}^{rad} = \eta \cdot \mathbf{H}^{rad} \times \hat{n}$ ,

$$\text{即 } w_m^{rad} = \frac{1}{4} \mu \mathbf{H}^{rad} \cdot \mathbf{H}^{rad*} = \frac{1}{4} \epsilon \mathbf{E}^{rad} \cdot \mathbf{E}^{rad*} = w_e^{rad} \quad (7)$$

从数学上讲, 式(7)对于辐射场在任何地方均成立, 也就是说, 电场和磁场的辐射能量密度在空间任何位置都是相等的. 所以, 在  $V_\infty - V_0$  区域中, 有

$$W'_m - W'_e = \int_{V_\infty - V_0} (w_m - w_e) d\mathbf{v} = \frac{1}{2\omega} \operatorname{Im} \int_{S_0} \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} W'_m + W'_e &= \int_{V_\infty - V_0} [(w_m - w_m^{rad}) + (w_e - w_e^{rad})] d\mathbf{v} \\ &= \int_{V_\infty - V_0} (w_m + w_e) d\mathbf{v} - \frac{r_\infty}{c} P_{rad} \quad (9) \end{aligned}$$

式中,  $P_{rad} = \operatorname{Re} \int_{S_0} \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s}$ ,  $c$  表示光速. 联立式(8)

和式(9), 可得  $V_\infty - V_0$  区域中, 即由  $S_\infty$  面和  $S_0$  面所包围的广义封闭系统中储存的电能和磁能为

$$\begin{aligned} W'_e &= \frac{1}{2} \int_{V_\infty - V_0} (w_m + w_e) d\mathbf{v} - \frac{r_\infty}{2c} P_{rad} \\ &- \frac{1}{4\omega} \operatorname{Im} \int_{S_0} \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W'_m &= \frac{1}{2} \int_{V_\infty - V_0} (w_m + w_e) d\mathbf{v} - \frac{r_\infty}{2c} P_{rad} \\ &+ \frac{1}{4\omega} \operatorname{Im} \int_{S_0} \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} \quad (11) \end{aligned}$$

式(10)和(11)对我们后面定义广义谐振条件和网络  $Q$  值有重要意义.

### 3 天线系统的广义谐振

金谋平的工作[12]指出, 广义谐振的产生是多个天线或散射体的相互作用而引起的. 如果系统中只存在一个物体或天线, 那么该系统不会出现强场尖峰现象, 其自谐振属于我们提

出的广义谐振范畴, 但不是我们研究的重点. 我们主要研究如图2所示的  $N$  天线系统,

在由封闭面  $S$  构成的  $V$  区域中包含  $N$  个天线, 每个天线分别处于  $V_i$  区域中, 如果将  $S$  面扩展到无穷远处, 我们在  $V_\infty - \sum_{i=1}^N V_i$  区域中应用无源区域的复坡印廷定理, 可得

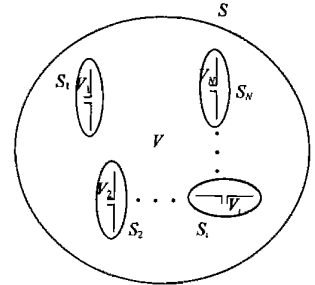


图2  $N$  天线系统环境

$$\int_{S_\infty} \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} + \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} = -j2\omega (W'_m - W'_e) \quad (12)$$

我们取  $S_i$  为天线  $i$  的表面, 设天线为理想导体, 则除了天线馈电端口参考面处,  $S_i$  面上其余点的切向电场为零, 则

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N V_i I_i^* = \int_{S_\infty} \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} + j2\omega (W'_m - W'_e) \quad (13)$$

式中,  $V_i$ 、 $I_i$  分别为天线  $i$  端口参考面处的等效电压和等效电流. 天线系统可用等效阻抗矩阵描述为

$$[V] = [Z][I] \quad (14)$$

则式(13)可用矩阵形式表示为

$$[I]^+ [Z][I] = P_{rad} + j2\omega (W'_m - W'_e) \quad (15)$$

式中, 符号  $[\ ]^+$  表示转置共轭.

图2所示的开放系统, 可视为一个由  $S_\infty$  面和  $\sum_{i=1}^N S_i$  面共同组成的一个广义的封闭系统,  $P_{rad}$  可视为系统的功率损耗. 天线系统储存的电能和磁能分别为  $W'_e$ 、 $W'_m$ . 类似于封闭系统谐振的定义, 我们定义广义谐振发生的条件为开放系统中储存的电磁能平衡, 即

$$W'_m = W'_e \quad (16)$$

根据前面的理论,  $W'_m = W'_m - W_m^{rad}$ ,  $W'_e = W'_e - W_e^{rad}$ , 且  $W_m^{rad} = W_e^{rad}$ , 所以, 式(16)又可表示为  $W_m = W_e$ , 由式(15)可得,

$$\operatorname{Im}([I]^+ [Z][I]) = 0 \quad (17)$$

这即是广义谐振条件的矩阵描述. 如果天线系统是互易网络, 则式(17)可进一步表示为

$$[I]^+ [X][I] = 0 \quad (18)$$

式中,  $[X]$  为天线等效阻抗矩阵  $[Z]$  的虚部矩阵.

我们定义广义谐振因子为

$$GRF = \operatorname{Im}([I]^+ [Z][I]) \quad (19)$$

通过对广义谐振因子的分析计算, 可以对广义谐振的发生进行准确的预测. 同样可以采用等效导纳矩阵描述的形式为

$$GRF = \operatorname{Im}([V]^+ [Y][V]) \quad (20)$$

可见, 对于广义谐振, 不仅与系统和具体模式有关, 而且也与复杂的激励方式和负载情况有关. 广义谐振发生时,  $W_m = W_e$ , 即不仅天线近区储存的电磁能平衡, 而且远区的辐射能也平衡. 所以, 广义谐振在天线系统的近区可表现为强场尖峰特性, 远区场具有强的频率敏感性, 如果对其激励和增益进行

优化设计, 可实现超方向特性<sup>[6]</sup>. 这在后面的实例分析中可以看到.

#### 4 广义 Foster 定理和广义谐振的网络 $Q$ 值

在封闭系统中, 品质因数 ( $Q$  值) 是系统谐振强弱的描述量. 在开放系统中, 我们引入网络  $Q$  值来表征广义谐振. 文献 [7] 从电路理论角度定义了天线的  $Q$  值为

$$Q = \begin{cases} \frac{2\omega W'_e}{P_{rad}}, & W'_e > W'_m \\ \frac{2\omega W'_m}{P_{rad}}, & W'_m > W'_e \end{cases} \quad (21)$$

式中,  $W'_e$ 、 $W'_m$  分别表示储存在天线系统中的电能和磁能,  $P_{rad}$  为天线系统的总辐射功率.

广义谐振是在多个天线的相互作用下发生的, 此时  $W'_m = W'_e = W'$ ,  $GRF = 0$ , 则广义谐振的网络  $Q$  值可表示为

$$Q_C = \frac{2\omega_0 W'}{P_{rad}} \quad (22)$$

式中,  $\omega_0$  为广义谐振频率,  $P_{rad}$ 、 $W'$  可由式 (4) 和式 (10) 给出, 即

$$P_{rad} = \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} \right\} \quad (23)$$

$$W' = \frac{1}{2} \int_{V_\infty - \sum_{i=1}^N V_i} (w_m + w_e) dv - \frac{r_\infty}{2c} P_{rad} \quad (24)$$

天线系统要向外空间辐射功率, 从网络角度来说, 它是一个有耗网络, 我们引入广义 Foster 定理. 由 Maxwell 方程可得

$$\nabla \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \omega} \times \mathbf{H}^* - \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \omega} \times \mathbf{E}^* \right) = -j4(w_m + w_e) \quad (25)$$

在图 2 所示的区域  $V_\infty - \sum_{i=1}^N V_i$  中积分, 并应用散度定理, 有

$$\int_{S_\infty + \sum_{i=1}^N S_i} \left( \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \omega} \times \mathbf{H}^* - \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \omega} \times \mathbf{E}^* \right) \cdot d\mathbf{s} = -j4 \int_{V_\infty - \sum_{i=1}^N V_i} (w_m + w_e) dv \quad (26)$$

类似前面广义谐振的推导, 利用天线端口等效电压和等效电流, 可得

$$[I]^+ \frac{\partial [V]}{\partial \omega} + [V]^+ \frac{\partial [I]}{\partial \omega} = \int_{S_\infty} \left( \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \omega} \times \mathbf{H}^* - \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \omega} \times \mathbf{E}^* \right) \cdot d\mathbf{s} + j4 \int_{V_\infty - \sum_{i=1}^N V_i} (w_m + w_e) dv \quad (27)$$

在  $S_\infty$  面上,  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_\infty(\omega) \frac{e^{-jkr}}{r}$ ,  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_\infty(\omega) \frac{e^{-jkr}}{r}$ , 其中,  $\mathbf{E}_\infty$  和  $\mathbf{H}_\infty$  为与  $r$  无关的量, 且  $\mathbf{E}_\infty = \eta \cdot \mathbf{H}_\infty \times \hat{n}$ . 代入式 (27), 可变形为

$$[I]^+ \frac{\partial [V]}{\partial \omega} + [V]^+ \frac{\partial [I]}{\partial \omega} = \int_{S_\infty} \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial \mathbf{E}_\infty}{\partial \omega} \times \mathbf{H}_\infty^* - \frac{\partial \mathbf{H}_\infty}{\partial \omega} \times \mathbf{E}_\infty^* \right) \cdot d\mathbf{s} + j4 \int_{V_\infty - \sum_{i=1}^N V_i} (w_m + w_e) dv - j \frac{4r_\infty}{c} \cdot \text{Re} \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} \quad (28)$$

满足无穷远处边界条件:  $\hat{n} \times \frac{\partial \mathbf{E}_\infty}{\partial \omega} = 0$ , 则

$$[I]^+ \frac{\partial [V]}{\partial \omega} + [V]^+ \frac{\partial [I]}{\partial \omega} = \frac{\partial (2P_{rad})}{\partial \omega} + j4[(W_m + W_e) - \frac{r_\infty}{c} P_{rad}] \quad (29)$$

式 (29) 即为广义 Foster 定理在天线系统中的一般形式, 式中右边虚数部分表示天线系统中储存的电磁能. 这与文献 [8, 9] 从有耗网络角度得出的形式一致.

在实际的天线系统中, 天线馈电端的电压或电流是与频率无关的量, 这里, 我们假设理想电压源激励, 即  $\frac{\partial [V]}{\partial \omega} = 0$ , 则

$$[V]^+ \frac{\partial [Y]}{\partial \omega} [V] = \frac{\partial (2P_{rad})}{\partial \omega} + j4[(W_m + W_e) - \frac{r_\infty}{c} P_{rad}] \quad (30)$$

根据式 (24), 得

$$W' = \frac{1}{2} \int_{V_\infty - \sum_{i=1}^N V_i} (w_m + w_e) dv - \frac{r_\infty}{2c} P_{rad} = \frac{1}{8} \text{Im}([V]^+ \frac{\partial [Y]}{\partial \omega} [V]) \quad (31)$$

如果天线系统是互易网络, 则

$$W' = \frac{1}{4} [V]^+ \frac{\partial [B]}{\partial \omega} [V] \quad (32)$$

$$P_{rad} = \text{Re} \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{2} \text{Re}([V]^+ [Y] + [V]) = [V]^+ [G] [V] \quad (33)$$

所以, 根据式 (22), 可得广义谐振的网络  $Q$  值为

$$Q_C = \frac{2\omega_0 W'}{P_{rad}} = \frac{[V]^+ \omega_0 \frac{\partial [B]}{\partial \omega} [V]}{2[V]^+ [G] [V]} \quad (34)$$

式中,  $[G]$  和  $[B]$  分别为天线等效导纳矩阵的实部矩阵和虚部矩阵. 采用电抗表示的对偶形式为

$$Q_C = \frac{2\omega_0 W'}{P_{rad}} = \frac{[I]^+ \omega_0 \frac{\partial [X]}{\partial \omega} [I]}{2[I]^+ [R] [I]} \quad (35)$$

值得指出, 从广义 Foster 定理可以看出, 有耗网络的电抗斜率或电纳斜率可能为负<sup>[8]</sup>. 当  $Q_C$  值计算时, 如果出现负值, 可以采用其对偶形式计算或取其绝对量. 式 (34) 和 (35) 与文献 [10] 给出的结果也是一致的.

#### 5 计算实例

(1) 本文首先从广义谐振因子角度对文献 [2] 中提出的双导线广义谐振现象进行分析, 如图 3 所示, 原文中为两根理想导电细线, 这里作为两根细线天线, 天线 1 激励, 天线 2 终端短路. 线长  $L = 7.4\text{m}$ , 半径  $a = 0.01\text{m}$ , 间距  $d = 1.0\text{m}$ , 近区场点距离导线  $0.3\text{m}$ , 远区观察点选在  $(\theta, \varphi) = (90^\circ, 0^\circ)$ .

从图 4, 5 和 6 可以看到, 谐振因子 GRF 准确地预测了广义

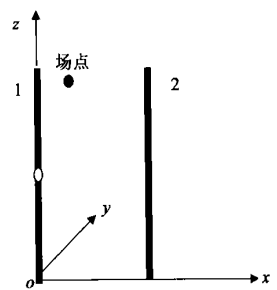


图 3 双细线天线模型

谐振发生的频率,近场的强场尖峰现象很显著,此时广义谐振的网络  $Q$  值近似为 169.1.从远场特性来看,其具有强的频率

敏感性,如果对其激励和增益进行最优化设计,可实现超方向特性<sup>[6]</sup>.

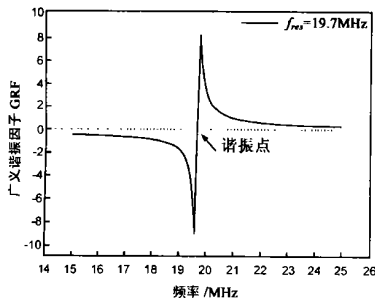


图 4 广义谐振因子 GRF

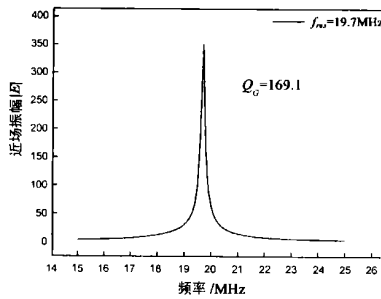


图 5 广义谐振近场尖峰现象

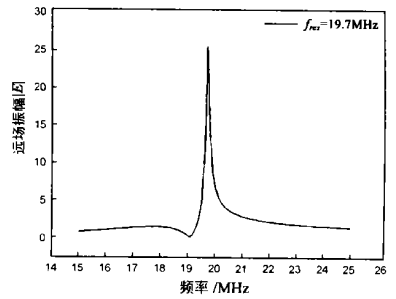


图 6 广义谐振远场频率敏感性

(2)本文以从实际问题中提炼出来的五元测向天线阵系统为例,来分析系统中的广义谐振效应.考虑半径为 15 毫米、长度为 2 米的 5 个对称振子组成的阵半径为 1.2 米的天线阵.对称振子分别编号为  $p = 1, 2, 3, 4, 5$ ,平行  $z$  轴放置,振子中点是馈电点,馈电点在  $xoy$  面内.如图 7 所示.

从图 8 可以看到,五元测向天线阵的初始模型也存在广义谐振现象,其强场尖峰效应比较明显,广义谐振的网络  $Q$  值也比较大(近似为 18.0).如果全激励天线阵,广义谐振频率发生偏移,谐振现象减弱, $Q_c$  降低(近似为 7.75),如图 9 所示.可见,应用前面提出的广义谐振理论可以很准确地预测广义谐振的发生,从网络  $Q$  值大小可以观察到不同情况下广义谐振的强弱.这对电磁兼容的分析和设计奠定了理论基础.

Case 1 天线 1 激励,其余天线终端短路情况.

Case 2 天线全激励情况.

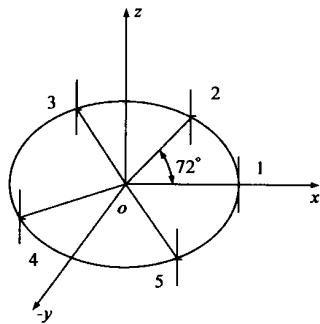
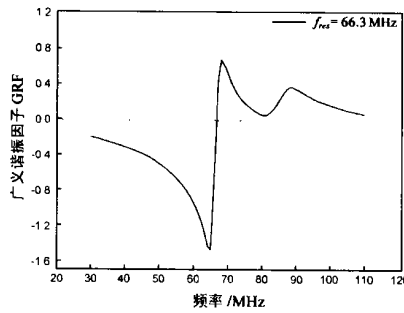
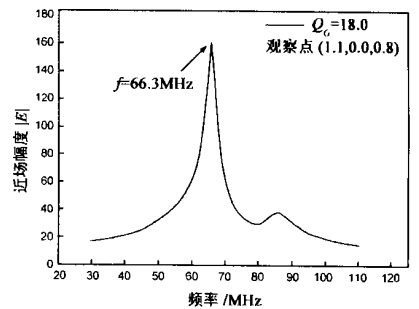


图 7 五元测向天线系统



(a) 广义谐振因子 GRF



(b) 近场广义谐振现象

图 8 单激励情况下广义谐振因子和近场谐振现象

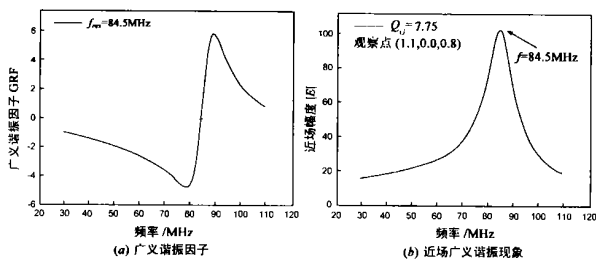


图 9 全激励情况下广义谐振因子和近场谐振现象

### 6 结论

本文立足于电磁场的复波印廷定理,对天线开放系统的广义谐振现象进行了深入研究,揭示了广义谐振发生的本质是开放系统中储存的电磁能平衡,是系统中多个天线相互作用的结果.文中还给出了广义谐振因子的矩阵描述.天线系统是一个有耗网络.本文从广义 Foster 定理导出了表征广义谐振的网络  $Q$  值.从研究实例表明,广义谐振在天线近区可表现出强场尖峰效应,在远区可表现出超方向特性.

本文的工作指出了广义谐振发生的本质,从式(19)和(20)可以看到,广义谐振不仅与系统和具体模式有关,而且也与复杂的激励方式和负载情况有关.为此,我们可以采取必要的措施来改善或消除广义谐振效应,这对电磁兼容的分析与设计有重要的指导作用.本文是从天线系统的角度来洞察广义谐振,对于其他复杂开放系统也具有类似的现象和本质.

### 参考文献:

- [1] Liang Changhong, Li Long. On the generalized resonance [A]. China-Japan Symposium on Microwave[C]. Invited Talk, Xi'an, April 25-26, 2002.
- [2] 金谋平.多导体散射中的广义谐振研究[D].西安:西安电子科技大学博士论文,2000.
- [3] 金谋平,梁昌洪,史小卫.多导体散射中广义谐振的模式分析[J].电子学报,2002,20(12):1662-1665.
- [4] R E Collin, S Rothschild. Evaluation of antenna Q, IEEE trans. antennas and propagation [J]. 1964, AP-12:23-27.
- [5] Wen Geyi, Perry Jamuszewski, Yihong Qi. The Foster reactance theorem for antennas and radiation Q [J]. IEEE Trans. Antennas and Propagation, 2000, 48(3): 401-407.

- [ 6 ] A Bloch, R D Medhurst, S D Pool. A new approach to the design of superdirective aerial arrays [J]. Proc. IEE, Pt. III, 1951, 100: 1081-1085.
- [ 7 ] Ronald L Fante. Quality factor of general ideal antennas [J]. IEEE Trans. on AP, 1969, 17(2): 151-155.
- [ 8 ] LIANG Changhong, SU Tao. The generalized foster theorem and network-Q [J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2003, 37(1): 40-45.
- [ 9 ] 褚庆昕, 梁昌洪. 广义 Foster 定理 [J]. 西安电子科技大学学报, 1995, 22(4): 435-437.
- [ 10 ] R F Harrington. 计算电磁场的矩量法 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1981.

## 作者简介:



李 龙 男, 1977 年 1 月出生于贵州安顺, 现为西安电子科技大学电磁场与微波技术专业博士研究生, 主要从事电磁场数值计算、电磁兼容、光子带隙等方面的研究工作。

梁昌洪 男, 1943 年 12 月出生于上海, 现为西安电子科技大学教授, 博士生导师, 并任中国电子学会微波学会副主任委员、中国电子学会会士、IEEE Senior member 等职, 2003 年荣获首届全国教学名师奖, 研究方向包括计算场论、计算微波、微波网络理论、电磁散射与逆散射、电磁兼容等。

史 琰 男, 1979 年 7 月出生于天津, 现为西安电子科技大学电磁场与微波技术专业直接攻读博士研究生, 主要从事电磁场数值计算、微带电路、周期结构等方面的研究工作。